Croissance, Intermédiation et Indétermination

Jude C. EGGOH† **& Patrick VILLIEU**‡

Mars 2010

Résumé

Cet article prend en compte l'intermédiation financière dans un modèle simple de croissance endogène. Les résultats obtenus suggèrent qu'il peut exister plusieurs équilibres de croissance endogène en relation avec différents niveaux de développement financier, compte tenu de l'externalité réciproque entre les secteurs réel et financier. De plus, des chocs sur la technologie d'intermédiation peuvent avoir des effets aussi bien favorables que défavorables sur la croissance économique. L'analyse de la dynamique transitoire révèle que le modèle présente des propriétés d'indétermination locale et globale, puisque l'équilibre bas est localement stable, alors que l'équilibre haut est stable au sens du point-selle. Ces résultats théoriques s'accordent avec l'abondante littérature empirique sur la relation entre le développement financier et la croissance, qui montre une corrélation aussi bien positive que négative entre les deux variables.

Mots clés *:* croissance endogène ; intermédiation financière ; équilibres multiples ; indétermination.

Classification J.E.L. *:* O16 - O40 - G21.

Abstract

This paper analyzes the role of financial intermediation in a simple endogenous growth model. The results suggest that multiple endogenous growth paths can exist in connection with various level of financial development, due to the reciprocal externality between financial an real sectors. According to multiplicity, the growth effects of shocks on the technology of intermediation are opposite, depending on the balanced growth path. Furthermore, transitional dynamics is examined, and results in the properties that the high equilibrium is a saddle path, while the low-growth is locally stable. Therefore, the model presents local and global indeterminacy. These results support the large empirical literature on the relationship between financial development and growth which related favorable as well as harmful impact.

Keywords*:* endogenous growth; financial intermediation; multiple equilibriums; indeterminacy.

J.E.L. Classification*:* O16 - O40 - G21.

† Centre de Formation et de Recherche en Economie de Développement (CEFRED), Université d'Abomey-Calavi, Faculté des Sciences Economiques et de Gestion, 03 BP 1287 Cotonou (Bénin) & Laboratoire d'Economie d'Orléans (LEO), Université d'Orléans. Faculté de Droit, d'Economie et de Gestion. Rue de Blois BP : 6739. 45067 Orléans Cedex 2. E-mail : comlanvi-jude.eggoh@univ-orleans.fr.

‡ Laboratoire d'Economie d'Orléans (LEO), Université d'Orléans. Faculté de Droit, d'Economie et de Gestion. Rue de Blois BP : 6739. 45067 Orléans Cedex 2. E-mail : patrick.villieu@univ-orleans.fr.

1. Introduction

Dans un grand nombre de travaux d'économie du développement, le développement financier est perçu comme un déterminant important de la croissance économique. Il améliore la collecte d'épargne et l'efficacité de l'allocation du capital (Pagano, 1993), et permet une meilleure gestion des risques. Après les travaux fondateurs de Mac Kinnon (1973) et Shaw (1973), montrant que la libéralisation financière est un facteur de croissance essentiel dans bon nombre de pays en développement, de nombreuses contributions théoriques et empiriques ont confirmé que le développement financier pouvait accélérer la croissance[1]. Ainsi, plusieurs auteurs identifient différents canaux de transmission entre le développement financier et la croissance. Bencivenga & Smith (1991) montrent par exemple que les intermédiaires financiers modifient la composition de l'épargne en faveur de l'investissement productif et améliorent la gestion du risque de liquidité. Ce faisant, les banques renforcent l'efficacité de l'allocation des capitaux, ce qui favorise la croissance. De surcroît, la diversification des portefeuilles et le partage des risques allant de pair avec l'émergence des intermédiaires financiers entraînent la croissance chez King et Levine (1993a) et Acemoglu & Zilibotti (1997). Dans un modèle basique de croissance endogène, Pagano (1993) suggère par ailleurs que le développement du secteur financier affecte la croissance à long terme par le biais de trois canaux : il augmente le montant d'épargne destiné à l'investissement, accroît la productivité marginale du capital et peut également élever le taux d'épargne[2].

Si le lien entre le développement financier et la croissance semble être bien établi au niveau théorique, il n'en va pas de même en ce qui concerne les recherches empiriques. Les études empiriques sur la question peuvent être classées en deux catégories : d'une part les analyses traditionnelles en coupe instantanée et en panel, d'autre part les études de causalité.

Plusieurs travaux en coupe instantanée ou sur données de panel ont mis en évidence l'importance des facteurs financiers dans le développement économique et la croissance, en montrant notamment que le secteur financier pouvait être un indicateur avancé de la croissance[3]. D'autres, cependant, obtiennent des résultats opposés et suggèrent une relation non significative ou négative entre le développement financier et la croissance[4]. Ces résultats

---

[1] Levine (1997), Andersen & Tarp (2003) et Levine (2004) présentent cette littérature.

[2] Un autre rôle assigné au développement financier est de réduire les asymétries d'information entre les prêteurs et les emprunteurs. De tels modèles avec frictions informationnelles ont été élaborés par Boyd & Smith (1992), de la Fuente & Marin (1996), Aghion & Bolton (1997), Blackburn & Hung (1998), Amaral & Quintin (2006), Morales (2001), et Shi (1996), notamment.

[3] Voir, par exemple, Goldsmith (1969), King & Levine (1993b), Levine et al. (2000), Beck et al. (2000) et Rioja & Valev (2004).

[4] Ram (1999), De Gregorio & Guidotti (1995), Benhabib & Spiegel (2000) et Trabelsi (2002) notamment.

controversés se retrouvent également dans les études de causalité. Depuis le travail de Patrick (1966), mettant en évidence une causalité positive entre la finance et la croissance, de nombreuses contributions se sont intéressées à la question en utilisant différentes méthodologies, sans faire apparaître un réel consensus[5]. Ces études suggèrent tour à tour une causalité unidirectionnelle, une causalité bi-directionnelle ou une absence de causalité entre les deux variables. Les résultats sont donc fragiles, et dépendent en particulier du groupe de pays sélectionné, de la période d'étude et des indicateurs de développement financier utilisés.

Ces résultats ambigus peuvent être la conséquence d'effets de seuil dans la relation entre développement financier et croissance, qui occasionneraient une relation non linéaire entre les deux variables[6]. Utilisant différentes mesures du développement bancaire et des marchés financiers, Shen & Lee (2006) mettent ainsi en évidence l'existence d'une courbe en cloche entre le développement bancaire et financier et la croissance, suggérant que le développement bancaire promeut la croissance seulement en deçà d'un certain seuil, au delà duquel son influence deviendrait négative. Plus récemment, Huang & Lin (2009) détectent des preuves « écrasantes » de non linéarités dans la base de données de Levine et al. (2000), et montrent que l'effet positif du développement financier sur la croissance est bien plus fort dans les pays à bas revenus que dans les pays riches.

Si la relation entre le développement financier et la croissance n'est effectivement pas linéaire, les modèles théoriques capables d'intégrer cette perspective devraient permettre de fournir de nouvelles explications aux différentes formes de non linéarité obtenues dans les recherches empiriques. Des modèles de croissance endogène prenant en compte le secteur financier, et mettant en évidence des équilibres multiples ont été élaborés par Saint-Paul (1992), Berthélemy & Varoudakis (1994, 1996) et Zilibotti (1994).

Dans le modèle de Saint-Paul (1992), le marché financier permet aux agents adverses au risque de choisir des technologies mieux spécialisées et moins risquées. L'interaction entre la spécialisation et la diversification technologique à travers les marchés de capitaux peut conduire à des équilibres multiples. En l'absence de marchés financiers, certaines économies utilisant des technologies peu spécialisées peuvent être bloquées dans un piège de sous-développement, alors que les économies dotées de marchés financiers développés, permettant

[5] Pour plus de détails, se référer notamment à Demetriades & Hussein (1996), Arestis & Demetriades (1997), Rousseau & Wachtel (1998), Rousseau & Vuthipadadorn (2005), Christopoulos & Tsionas (2004) et Apergis et al. (2007).

[6] Berthélemy & Varoudakis (1995, 1996), Khan & Senhadji (2000), Aghion et al. (2005) et Shen & Lee (2006) montrent que le développement financier est la principale source de non linéarités, alors que Deidda & Fattouh (2002), Rousseau & Watchel (2002), Gaytan & Rancière (2004) et Rousseau & Yilmazkuday (2009) considèrent plutôt que la variable seuil est le niveau de développement économique.

d'améliorer la division du travail, peuvent atteindre l'équilibre caractérisé par une forte croissance économique. Dans le même ordre d'idées, Zilibotti (1994) met en évidence des équilibres multiples dans la relation entre le développement financier et la croissance, dans un modèle exhibant des complémentarités stratégiques entre les coûts d'intermédiation et la technologie de production en présence de marchés financiers imparfaits. Selon Berthélemy & Varoudakis (1994, 1996), les équilibres multiples proviennent plutôt de l'interaction entre les secteurs réel et financier, compte tenu de l'externalité réciproque entre ces deux secteurs. La croissance du secteur réel conduit à une expansion du secteur financier, qui entraîne une augmentation du degré de concurrence entre les banques et en améliore leur efficacité. En retour, le développement du secteur bancaire accroît le rendement de l'épargne et stimule l'accumulation du capital et par conséquent la croissance économique.

Dans cet article, nous adoptons une modélisation proche de celle de Berthélemy & Varoudakis (1994, 1996), dans laquelle l'interaction entre les secteurs financier et réel conduit à des équilibres multiples. Notre modèle se différencie de ces travaux par deux aspects principaux. D'une part, chez Berthélemy & Varoudakis (1994, 1996), il n'existe qu'un seul état stationnaire économiquement pertinent, puisque sur les trois équilibres qu'ils calculent, l'équilibre bas (le piège de sous-développement) est associé à une croissance négative, ce qui est difficilement concevable en régime permanent, et l'équilibre intermédiaire est instable. Seul l'équilibre haut peut donc être effectivement atteint. Dans notre modèle, au contraire, deux équilibres stationnaires existent, compatibles avec une croissance positive en régime permanent, et les deux équilibres peuvent être atteints par au moins une trajectoire d'ajustement stable. D'autre part, nous étudions précisément la dynamique transitoire du modèle, alors que Berthélemy & Varoudakis (1994, 1996) se concentrent sur les caractéristiques stationnaires. Nous pouvons donc étudier la manière dont l'économie s'ajuste à court et à moyen termes. Nous montrons en particulier que notre cadre d'analyse est caractérisé par une indétermination locale et globale.

La présente modélisation théorique est construite à partir de l'hypothèse fondamentale selon laquelle l'épargne des ménages est intermédiée par les banques avant d'être utilisable comme investissement par les entreprises. De manière analogue à Pagano (1993) ou Roubini & Sala-I-Martin (1995), l'intermédiation financière est modélisée comme le processus par lequel un euro d'épargne est transformé en $\phi < 1$ euro utilisable pour l'investissement. A travers le processus d'intermédiation, les banques transforment l'épargne anonyme des ménages en prêts spécifiques aux firmes, qu'elles peuvent utiliser pour financer leurs investissements. Ce mécanisme permet de prendre en compte la spécificité des banques dans le processus d'intermédiation : les banques sont capables de superviser les projets d'investissement et procurent des « services d'intermédiation » aux firmes. L'hypothèse selon laquelle $\phi < 1$ représente le fait que ces services sont coûteux. Comme Berthélemy & Varoudakis, on suppose que le coefficient ϕ dépend positivement de la force de travail employée dans les banques. Plus une banque utilise de travail, plus efficace sera son activité d'intermédiation. Dans le secteur des biens finals, la technologie est décrite par une fonction de production à rendements d'échelle (internes) constants avec une externalité de capital agrégé, à la Romer (1986), qui permet d'obtenir simplement un sentier de croissance endogène stationnaire à long terme. On suppose que le secteur de la production fonctionne en concurrence parfaite. Au contraire, puisque le capital bancaire est spécifique, le secteur financier fonctionne en régime de concurrence monopolistique. Chaque banque pourra donc tirer profit de son pouvoir de monopole pour extraire une marge d'intermédiation. L'équilibre de long terme du modèle est décrit simplement par la règle de Keynes-Ramsey et l'équilibre IS. Ces deux relations résument les interactions réciproques entre le taux de croissance stationnaire et la force de travail employée dans le secteur financier.

Ces interactions engendrent, sous des conditions très générales, deux sentiers de croissance équilibrée à long terme, sur lesquels l'économie croît à un taux régulier positif. De surcroît, l'examen de la dynamique transitoire révèle que l'équilibre de forte croissance (« équilibre haut ») est stable au sens du point selle, tandis que l'équilibre bas est localement stable. Le modèle présente donc la propriété d'indétermination locale et globale[7]. L'indétermination locale est associée à l'existence d'un continuum de trajectoires d'ajustement, qui convergent toutes, à partir de différentes conditions initiales, vers un état stationnaire donné. C'est le cas du sentier associé à l'équilibre caractérisé par une faible croissance économique. L'indétermination globale est définie par l'existence de trajectoires multiples conduisant à des états stationnaires différents à partir des mêmes conditions initiales. Dans le modèle, puisqu'il y a une multiplicité des sentiers de croissance stationnaire à long terme, l'indétermination globale provient de ce que les deux états stationnaires sont pertinents du point de vue de la stabilité, et par conséquent, aucun d'entre eux ne peut être exclu. Partant de conditions initiales données, les trajectoires d'ajustement sont donc

7 Pour une synthèse sur l'indétermination dans les modèles macroéconomiques, voir, par exemple, Benhabib & Farmer (1999). La théorie de la croissance endogène en particulier a identifié trois mécanismes pouvant entraîner l'indétermination : les rendements d'échelle croissants (Benhabib & Farmer, 1994), la concurrence monopolistique (Farmer & Guo, 1994), et les externalités conduisant à des rendements constants du capital à l'équilibre (Schmitt-Grohe & Uribe, 1997, et Park & Philippopoulos, 2003). Le présent modèle appartient à ce troisième axe de la littérature.

fondamentalement indéterminées : l'économie peut converger vers le sentier de croissance élevé, ou vers le sentier de faible croissance, et dans ce dernier cas, par un continuum de trajectoires d'équilibre.

Le reste de l'article est organisé de la manière suivante. La section 2 présente le comportement des agents et résout le modèle à l'équilibre symétrique. La section 3 décrit la multiplicité des sentiers de croissance stationnaire à long terme, tandis que la section 4 analyse la dynamique transitoire et met en évidence la propriété d'indétermination locale et globale. La section 5 est consacrée à la conclusion.

2. Présentation du modèle

On considère une économie fermée avec trois types d'agents : les ménages, les firmes et les intermédiaires financiers (les banques). Pour motiver l'intermédiation financière, on suppose que les firmes ne peuvent financer l'investissement qu'au moyen de prêts bancaires et les ménages ne peuvent épargner en dehors des banques.

2.1. Les ménages

Les ménages sont décrits par un « agent représentatif », doté d'anticipations parfaites, qui maximise la fonction d'utilité intertemporelle suivante :

$$U = \int_0^{+\infty} \exp\left(-\rho t\right) u\left(c_t\right) dt, \tag{1}$$

où $c_t > 0$ est la consommation par tête ($c_t \equiv C_t / N$, avec C_t la consommation totale et N la population active, supposée constante) et $\rho > 0$ est le taux d'escompte subjectif. Afin d'obtenir un sentier de croissance stationnaire, on suppose une fonction d'utilité instantanée isoélastique :

$$u(c_t) = \begin{cases} \dfrac{S}{S-1}\left(\left(c_t\right)^{\frac{S-1}{S}} - 1\right) & pour \quad S \neq 1, \\ Log\left(c_t\right) & pour \quad S = 1. \end{cases} \tag{2}$$

S est l'élasticité de substitution intertemporelle (constante). Pour que l'utilité intertemporelle U soit bornée, il faut également que la condition de solvabilité suivante soit respectée : $\left(\dfrac{S-1}{S}\right)\overline{\gamma}_c < \rho$, où $\overline{\gamma}_x$ définit le taux de croissance de la variable x à long terme[8].

[8] Comme on pourra le voir plus bas, cette condition correspond à la contrainte dite de non Ponzi : $\overline{\gamma}_c < r$, où r est le taux d'intérêt réel de long terme.

Les ménages ont une offre de travail inélastique et détiennent seulement des titres d'intermédiaires financiers. L'offre de travail totale est constante $\left(N\right)$ et normalisée à l'unité $\left(N=1\right)$. Mis à part les salaires $\left(w_t\right)$, les ménages reçoivent des revenus en provenance des entreprises Δ_t (les dividendes Δ_t représentent un transfert forfaitaire exogène pour les ménages) et des banques (les intérêts sur les comptes bancaires $r_t^b B_t$, où B_t est le stock de comptes bancaires détenu par les ménages). Toutes les variables sont exprimées en termes réels. Afin de motiver l'intermédiation financière, on suppose que les ménages ne peuvent épargner que par le biais des comptes bancaires $\left(\dot{B}_t\right)$, et donc ne peuvent pas offrir directement leur épargne aux firmes. Les banques sont donc les seuls intermédiaires entre l'épargne et l'investissement. La contrainte budgétaire du ménage s'écrit :

$$\dot{B}_t = r_t^b B_t + w_t + \Delta_t - c_t. \qquad (3)$$

Pour éliminer les solutions de faillite, on impose la condition suivante, qui élimine les « jeux de Ponzi » :

$$\lim_{t\to\infty}\left[B_t \exp\left(-\int_0^t r_v^b\right)dv\right] \geq 0. \qquad (4)$$

qui, à long terme, correspond à : $\left(\frac{S-1}{S}\right)\gamma_c < \rho$.

A partir des conditions de premier ordre pour la maximisation de (1) sous la contrainte (3), avec une condition initiale (B_0 donné) et une condition de transversalité standard (4), on obtient la relation habituelle de Keynes-Ramsey, qui définit le taux de croissance de la consommation :

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = S\left(r_t^b - \rho\right). \qquad (5)$$

2.2. Les firmes

L'économie est composée d'un continuum de firmes concurrentielles, distribuées uniformément sur l'intervalle unitaire. Une proportion $L_t \equiv \int_0^1 L_{it}di < 1$ de la force de travail est employée dans le secteur productif, dont le produit et le stock de capital sont respectivement : $Y_t \equiv \int_0^1 Y_{it}\,di$ et $K_t \equiv \int_0^1 K_{it}di$, où Y_{it}, K_{it} et L_{it} sont respectivement la production, le capital et le travail de la firme i à la date t. Pour des raisons de simplicité, on spécifie une fonction de production de type Cobb-Douglas, selon laquelle la production de la firme i à la date t (Y_{it}) dépend du capital (K_{it}) et du travail « efficace » $(A_t L_{it})$: $Y_{it} = K_{it}^{\alpha}(A_t L_{it})^{1-\alpha}$.

A l'instar de Arrow (1962) et Romer (1986), le progrès technique est endogénéisé à travers le coefficient A_t, qui représente le stock de connaissances disponibles dans l'économie. Comme Romer (1986), on suppose que ces connaissances techniques sont directement reliées au stock de capital macroéconomique, et on choisit la formulation la plus simple possible : $A_t = K_t$. Le stock de capital macroéconomique introduit donc une externalité dans la fonction de production de la firme i :

$$Y_{it} = K_{it}^{\alpha} L_{it}^{1-\alpha}\left(\int_0^1 K_{it}\,di\right)^{1-\alpha}, \tag{6}$$

avec $0 < \alpha < 1$. Comme il est bien connu, cette externalité de capital permet de concilier les rendements d'échelle croissants avec la concurrence parfaite entre les firmes. La condition $0 < \alpha < 1$ assure l'existence d'un équilibre concurrentiel car, au niveau de chaque firme i, le stock de capital macroéconomique K_t est exogène, et la fonction de production individuelle présente des rendements décroissants pour chaque facteur. A l'équilibre, au contraire, K_t sera déterminé de manière endogène, et la fonction de production macroéconomique exhibera un rendement factoriel constant du capital, de sorte qu'une solution de croissance à taux constant pourra émerger à long terme. Par souci de simplicité, le capital est supposé ne pas se déprécier dans le temps.

Décrivons désormais plus précisément le secteur financier[9]. Le capital doit être intermédié par les banques. Dans notre modèle, le rôle des banques est de convertir l'épargne des ménages en prêts bancaires, spécifiques à chaque firme i. En d'autres termes, les banques procurent des « services financiers », tels que l'expertise, les conseils en gestion, l'analyse des bilans, les prévisions industrielles sectorielles, qui demeurent implicites dans le modèle, mais qui permettent de transformer l'épargne générique des ménages en prêts spécifiques que les firmes peuvent directement utiliser pour l'investissement. Durant ce processus de transformation, chaque banque produit des « services financiers », de sorte que l'épargne intermédiée est nécessaire à l'investissement. On prend également en considération la structure du marché financier, qui est modélisé comme un secteur en concurrence

[9] Dans ce modèle, les banques sont les seuls agents financiers. On assimilera donc secteur bancaire et secteur financier, et on ne cherchera pas à distinguer l'efficacité des « marchés financiers » par rapport à l'intermédiation bancaire.

monopolistique. On considère qu'il y a n banques indicées par j, chacune détenant une part de marché de $1/n$.

En conséquence, pour obtenir Y_{it} unités de biens finals à l'instant t, la firme i doit utiliser L_{it} unités de travail et emprunter K_{it} à la banque j, à un taux d'intérêt r_{jt}. Puisque le capital apporté par la banque j est spécifique, chaque banque peut pratiquer son propre taux d'intérêt r_{jt}. Donc, l'objectif de la firme i à la date t est de maximiser le profit $\left(\Pi_{it}^{F}\right)$:

$$\underset{(K_{it},L_{it})}{Max}\left\{\Pi_{it}^{F}=K_{it}^{\alpha}\left(L_{it}K_{t}\right)^{1-\alpha}-r_{jt}K_{it}-w_{t}L_{it}\right\}. \tag{7}$$

En l'absence de contrainte financière, ce problème de maximisation statique correspond à la maximisation de l'objectif intertemporel suivant :

$$V_{it}^{F}=\int_{t}^{+\infty}\exp\left(-R_{js}\right)\left[K_{is}^{\alpha}\left(L_{is}K_{s}\right)^{1-\alpha}-w_{s}L_{is}-I_{is}\right]ds, \tag{8}$$

où V_{it}^{F} est la valeur intertemporelle de la firme i à l'instant t, $I_{it}\equiv\dot{K}_{it}$ est l'investissement de la firme i, et $R_{js}=\int_{t}^{s}r_{jv}dv$ est le facteur d'escompte[10].

Les conditions de premier ordre qui proviennent de la maximisation de (7) sont :

$$\alpha K_{it}^{\alpha-1}\left(L_{it}K_{t}\right)^{1-\alpha}=r_{jt}, \tag{9}$$

et

$$\left(1-\alpha\right)K_{it}^{\alpha}L_{it}^{-\alpha}K_{t}^{1-\alpha}=w_{t}. \tag{10}$$

Ces deux relations ont une interprétation usuelle : les productivités marginales du capital et du travail doivent être respectivement égales au coût marginal du capital (le taux d'intérêt réel) et du travail (le salaire réel).

2.3. Comportement des banques

Les banques sont les seuls intermédiaires entre les ménages et les entreprises. Supposons qu'il y ait n banques dans l'économie. Chaque banque j $\left(j=0,1,...,n-1\right)$ collecte une partie de l'épargne des ménages $\left(\dot{B}_{jt}\right)$ et la transforme en prêts bancaires à

[10] Pour obtenir la relation (8), on utilise la condition de transversalité standard : $\lim_{t\to\infty}\left[K_{t}\exp\left(-R_{js}\right)\right]=0$. Remarquons que $r>r^{b}$ à l'état stationnaire (effectivement en régime permanent $\gamma_{k}=\gamma_{c}<r$ si $\gamma_{c}<r^{b}<r$), car les banques prélèvent une marge d'intermédiation. Cette condition est automatiquement vérifiée si la contrainte de non Ponzi (4) est remplie.

différentes firmes i $\left(\dot{K}_{jt} = \int_{\frac{j}{n}}^{\frac{j+1}{n}} \dot{K}_{it} di\right)$. Les « services d'intermédiation » fournis par la banque j rendent ses prêts spécifiques, et assurent que l'épargne des ménages devient utilisable par les firmes pour l'investissement. A l'équilibre symétrique, chaque banque détiendra une part de marché de $\dot{K}_t / n$. Néanmoins, comme le souligne Pagano (1993), les institutions financières absorbent des ressources dans le processus d'intermédiation. Dans ce modèle, les coûts d'intermédiation seront modélisés comme des coûts en travail[11]. Soit θ_{jt} la quantité de travail utilisée par la banque j dans son activité d'intermédiation[12], et $\phi\left(\theta_{jt}\right)$ la technologie d'intermédiation ; l'investissement est lié à l'épargne par la relation suivante[13] :

$$\dot{K}_{jt} = \phi\left(\theta_{jt}\right)\dot{B}_{jt}\text{, avec : } \phi\left(\theta_{jt}\right) \leq 1,\ \phi'\left(\theta_{jt}\right) > 0 \text{ et } \phi''\left(\theta_{jt}\right) < 0. \qquad (11)$$

Plus la banque utilise de travail, plus son activité d'intermédiation est efficace $\left(\phi'\left(\theta_{jt}\right) > 0\right)$, ce qui stimule l'accumulation du capital. Néanmoins, l'activité d'intermédiation est supposée soumise à la loi des rendements décroissants $\left(\phi''\left(\theta_{jt}\right) < 0\right)$.

Une caractéristique importante de la relation (11) est que l'efficacité de l'intermédiation dépend du niveau d'emploi utilisé par chaque banque $\left(\theta_{jt}\right)$, et non de l'emploi total dans le secteur bancaire $\left(\theta_t\right)$. Puisqu'à l'équilibre symétrique : $\theta_{jt} = \theta_t / n$, toute augmentation du nombre de banques réduira l'efficacité du secteur bancaire, à θ_t donné. Cette caractéristique est assez réaliste, puisqu'une banque est plus efficace dans son activité d'intermédiation lorsqu'elle travaille avec un grand nombre de firmes (la diversification des risques, la gestion des problèmes d'information et la prévision macroéconomique sont facilitées). Cependant, il convient de souligner qu'à l'équilibre, l'emploi total dans le secteur bancaire θ n'est pas une donnée, mais doit être déterminé de manière endogène. On peut s'attendre à ce que la force de travail utilisée dans le secteur bancaire θ s'accroisse également lorsque le nombre de banques n augmente. L'effet global du nombre de banques sur l'efficacité de l'activité d'intermédiation est donc indéterminé à ce stade de l'analyse.

---

[11] On suppose que la technologie d'intermédiation ne requiert pas de capital. La même hypothèse est faite par Berthelémy & Varoudakis (1994, 1996).

[12] La quantité totale de travail disponible dans l'économie $\left(N = L_t + \theta_t\right)$ est répartie de manière concurrentielle entre les deux secteurs.

[13] A chaque instant, l'activité d'intermédiation porte sur le flux de nouveau capital qui doit être intermédié. A l'état stationnaire, on retrouvera la même relation pour les stocks : $K_j = \phi B_j$, car tout le stock de capital doit être intermédié en régime permanent.

Dans un certain sens, cette modélisation généralise l'approche de Pagano (1993), dans laquelle le coefficient ϕ est un paramètre constant. Pour transformer l'épargne en investissement, les intermédiaires financiers absorbent des ressources productives correspondant à une fraction $1-\phi\left(\theta_{jt}\right)$ de l'épargne. Une unité d'épargne des ménages génère donc moins d'une unité d'investissement – la fraction $\phi\left(\theta_{jt}\right)<1$ de l'équation (11). Dans le présent modèle, la fraction $1-\phi\left(\theta_{jt}\right)$ d'épargne perdue dans le processus d'intermédiation est endogène et dépend de la quantité de travail utilisée par les banques[14]. Comme chez Pagano (1993) et Roubini & Sala-i-Martin (1992, 1995), cette fraction traduit l'existence d'imperfections dans le processus d'intermédiation financière. Les recettes absorbées par les intermédiaires financiers peuvent être perçues comme le prix des services d'intermédiation rendus par les banques ou comme une inefficacité-X associée aux intermédiaires et à leur pouvoir de marché.

On suppose que les salaires sont identiques dans les secteurs réel et financier (hypothèse qui doit être vérifiée à l'équilibre). Puisque la banque j fixe son taux créditeur r_{jt} alors qu'elle collecte ses ressources provenant des ménages à un coût r_t^b, son profit est défini comme suit :

$$\Pi_{jt}^{B}=\int_{\frac{j}{n}}^{\frac{j+1}{n}} r_{jt}K_{it}\,di-r_t^bB_{jt}-w_t\theta_{jt}=r_{jt}K_{jt}-r_t^bB_{jt}-w_t\theta_{jt}. \qquad (12)$$

Puisque le capital apporté par la banque j est spécifique, en raison de son travail d'intermédiation, les banques sont en situation de concurrence monopolistique. Chaque banque j maximise son profit intertemporel, sous les contraintes de technologie d'intermédiation (11) et de demande de biens capitaux de type j, qui provient du comportement de maximisation du profit de chaque firme i (9) :

$$K_{it}=\left(r_{jt}/\alpha\right)^{1/(\alpha-1)}L_{it}K_t \Rightarrow K_{jt}\equiv\int_{\frac{j}{n}}^{\frac{j+1}{n}} K_{it}\,di=\left(r_{jt}/\alpha\right)^{1/(\alpha-1)}K_tL_{jt}, \qquad (13)$$

où : $L_{jt}\equiv\int_{\frac{j}{n}}^{\frac{j+1}{n}} L_{it}\,di$. On peut alors calculer la recette totale provenant des prêts en capital $\left(r_{jt}K_{jt}\right)$ comme :

[14] On considère la fraction d'épargne perdue dans le processus d'intermédiation comme une perte sèche pour les ménages, mais elle pourrait être réintroduite dans leur contrainte budgétaire sous forme de transfert forfaitaire, sans aucun changement dans le modèle.

$$r_{jt}K_{jt} = \alpha\left[\left(r_{jt}/\alpha\right)^{1/(\alpha-1)}\left(K_t L_{jt}\right)\right]^{\alpha}\left(K_t L_{jt}\right)^{1-\alpha} = \alpha K_{jt}{}^{\alpha}\left(K_t L_{jt}\right)^{1-\alpha}. \quad (14)$$

En substituant cette relation dans la définition du profit (12), le programme de la banque j consiste à maximiser l'objectif suivant :

$$V_{jt}^{B} = \int_{t}^{+\infty}\exp\left(-R_{js}\right)\Pi_{js}^{B}ds = \int_{t}^{+\infty}\exp\left(-R_{js}\right)\left[\alpha K_{jt}{}^{\alpha}\left(K_t L_{jt}\right)^{1-\alpha} - r_s^b B_{js} - w_s\theta_{js}\right]ds, \quad (15)$$

où $R_{jt} = \int_0^t r_{js}ds$, sous la contrainte : $\begin{cases}\dot{K}_{jt} = \phi\left(\theta_{jt}\right)z_{jt},\ \left(\lambda_t\right)\\ \dot{B}_{jt} = z_{jt}.\ \left(\mu_t\right)\end{cases}$ (16)

Il est commode de remplacer l'expression (12) par les deux contraintes (16) sur les variables d'état K_{jt} et B_{jt}. λ_t et μ_t sont les variables adjointes associées respectivement à K_{it} et B_{it}. En conséquence, le Hamiltonien courant de ce programme est le suivant[15] :

$$H_c = \alpha K_{jt}{}^{\alpha}\left(K_t L_{jt}\right)^{1-\alpha} - r_t^b B_{jt} - w_t\theta_{jt} + \lambda_t\phi\left(\theta_{jt}\right)z_{jt} - \mu_t z_{jt}, \quad (17)$$

d'où l'on tire les conditions de premier ordre [16] :

$/\theta_{jt}$ $\quad \phi'\left(\theta_{jt}\right)z_{jt}\lambda_t = w_t$ (18a)

$/z_{jt}$ $\quad \phi\left(\theta_{jt}\right)\lambda_t = \mu_t$ (18b)

$/K_{jt}$ $\quad \dot{\lambda}_t = r_{jt}\lambda_t - \alpha n^{1-\alpha}r_{jt}$ (18c)

$/B_{jt}$ $\quad \dot{\mu}_t = r_{jt}\mu_t - r_t^b$ (18d)

Les conditions de transversalité usuelles associées sont :

$/K_{jt}$ $\quad \lim_{t\to+\infty}\lambda_t K_{jt}\exp\left(-R_{jt}\right) = 0$ (18e)

$/B_{jt}$ $\quad \lim_{t\to+\infty}\mu_t B_{jt}\exp\left(-R_{jt}\right) = 0$ (18f)

---

[15] On prend $-\mu_t z_{jt}$ de manière à obtenir une variable adjointe μ_t positive.

[16] Pour obtenir (18c), remarquons que : $\dot{\lambda}_t = r_{jt}\lambda_t - \frac{\partial H_c}{\partial K_j} = r_{jt}\lambda_t - \alpha\left[\alpha\left(\frac{K_{jt}}{L_{jt}}\right)^{\alpha-1}\left(K_t\right)^{1-\alpha}\right]$. La relation (9) procure le ratio du capital/travail de la firme i : $\frac{K_{it}}{L_{it}} = \left(r_{jt}/\alpha\right)^{\frac{1}{\alpha-1}}K_t$, soit : $\frac{K_{jt}}{L_{jt}} \equiv \int_{\frac{j}{n}}^{\frac{j+1}{n}}\left(\frac{K_{it}}{L_{it}}\right)di = \left(r_{jt}/\alpha\right)^{\frac{1}{\alpha-1}}\left(K_t/n\right)$; d'où : $\dot{\lambda}_t = r_{jt}\lambda_t - \frac{\partial H_c}{\partial K_j} = r_{jt}\lambda_t - \alpha n^{1-\alpha}r_{jt}$. Pour obtenir (18d), notons qu'avec la contrainte sur l'évolution des titres bancaires introduite comme $-\mu_t z_{jt}$ dans le Hamiltonien courant, la condition de premier ordre sur B_{jt} est : $-\dot{\mu}_t = -r_{jt}\mu_t + r_t^b$, d'où la relation (18d). Les autres conditions sont aisément dérivées.

Ces conditions sont toujours respectées si la contrainte de solvabilité (4) est vérifiée (voir également la note de bas de page 10 ci-dessus).

L'équation (18a) décrit l'arbitrage standard entre le coût marginal du travail $\left(w_t\right)$ et son rendement marginal dans le secteur financier (une unité additionnelle de travail permet à la banque de transformer $\phi'\left(\theta_{jt}\right)z_{jt}$ unités d'épargne des ménages en nouveaux biens capitaux utilisables par les firmes), avec λ_t le « prix dual » des biens capitaux. Une caractéristique importante de la relation (18a) est que le rendement du travail dans la banque j dépend du montant d'épargne qu'elle collecte $\left(z_{jt} = \dot{B}_j\right)$. A l'équilibre symétrique de long terme, cette propriété implique que le rendement du travail dans le secteur financier dépendra du taux de croissance de l'économie[17], caractéristique qui jouera un rôle crucial à l'état stationnaire, comme on le verra.

La relation (18b) montre que le taux de transformation de l'épargne en investissement $\phi\left(\theta_{jt}\right)$ doit être égal au ratio du prix dual des titres $\left(\mu_t\right)$ au prix dual des biens capitaux $\left(\lambda_t\right)$. On remarque que les imperfections dans le processus d'intermédiation financière $\left(\phi(.)<1\right)$ introduisent un biais entre ces deux prix duaux. Si le processus d'intermédiation était « parfait » $\left(\phi(.)=1\right)$, le prix dual des titres deviendrait égal au prix dual du capital, comme de coutume. Les équations (18c) et (18d) procurent la loi d'évolution de ces prix duaux, de manière usuelle. Enfin, d'après les conditions de transversalité (18e) et (18f), la valeur présente des stocks de titres et de capital existant à long terme doit tendre vers zéro.

2.4. L'équilibre symétrique

A l'équilibre symétrique, toutes les banques se comportent de la même manière et fixent le même taux d'intérêt $r_{jt} = r_t, \forall j$. La relation (18c) est donc instable : $\dot{\lambda}_t = r_t\left(\lambda_t - \alpha_n\right)$, avec $\alpha_n \equiv \alpha n^{1-\alpha}$, et n'a qu'une seule solution acceptable : $\lambda_t = \alpha_n, \forall\, t$. En conséquence, le prix dual du capital doit être constant à l'équilibre (non seulement à l'état stationnaire, mais sur toute la trajectoire d'ajustement). A l'équilibre symétrique, chaque banque utilise la même quantité de travail : $\theta_{jt} = \theta_t / n \equiv x_t, \forall j$. En substituant λ_t par α_n dans (18b) et en remplaçant la nouvelle expression de μ_t dans (18d), on obtient :

---

[17] Car $z_{jt} = z_t / n = \dot{B} / n = \gamma B / n$.

$$r_t = \frac{1}{\alpha_n \phi(x_t)}\left[r_t^b + \alpha_n \phi'(x_t)\dot{x}_t\right]. \qquad (19)$$

L'interprétation de cette relation est la suivante : le taux de transformation de l'épargne en investissement est $\alpha_n \phi(x_t)$, c'est-à-dire, les services d'intermédiation procurés par le travail dans le secteur financier, multiplié par le prix dual du capital à l'équilibre. Le rendement marginal de la collecte de l'épargne pour une banque particulière est donc $\alpha_n \phi(x_t) r_t$. Par ailleurs, le coût marginal des ressources est défini par le taux d'intérêt débiteur sur les dépôts des ménages $\left(r_t^b\right)$, augmenté du coût marginal d'intermédiation, puisque transformer les nouveaux dépôts en nouveau capital requiert du travail. A chaque instant, le coût marginal d'intermédiation est le supplément d'emploi nécessaire $\dot{x}_t$, multiplié par sa productivité $\phi'(x_t)$, exprimée en terme de prix des biens capitaux (α_n). Ainsi, le coût marginal des ressources est, au total : $r_t^b + \alpha_n \phi'(x_t)\dot{x}_t$. La relation (19) égalise simplement le rendement marginal et le coût marginal des ressources de la banque.

Comme les banques sont en situation de concurrence monopolistique, elles peuvent réaliser une marge par rapport au coût des ressources. Cette marge est définie par $\frac{1-\alpha_n \phi(.)}{\alpha_n \phi(.)} > 0$ à l'état stationnaire[18]. De surcroît, cette marge décroît à mesure que le secteur bancaire devient plus compétitif (lorsque le nombre de banques n augmente[19]), en accord avec l'intuition.

La relation (19) définit le taux d'intérêt sur les dépôts des ménages $\left(r_t^b\right)$, puisque le taux d'intérêt sur les biens capitaux (r_t) est déterminé par le rendement marginal du capital dans la relation (9). Effectivement, à l'équilibre symétrique $\left(K_{it} = \int_0^1 K_{it} di \equiv K_t, \forall i\right)$, on a :

$$r_t = \alpha L_t^{1-\alpha} = \alpha\left(1-\theta_t\right)^{1-\alpha}. \qquad (20)$$

---

[18] En régime permanent, $\dot{\theta}_t = 0$, et $\frac{r_t - r_t^b}{r_t^b} = \frac{1-\alpha_n \phi(.)}{\alpha_n \phi(.)}$. Pour que la marge d'intermédiation soit positive, il faut imposer la condition suivante : $\overline{n}^{1-\alpha}\phi(\overline{x}) \leq 1/\alpha$. Cette condition est remplie à l'équilibre.

[19] A long terme, s'il y a libre entrée dans le secteur bancaire, le nombre de banques pourrait être endogénéisé en annulant la marge d'intermédiation : $\alpha_n \phi(.) = 1 \Rightarrow \alpha \overline{n}^{1-\alpha}\phi(\overline{x}) = 1$. Cette relation détermine implicitement le nombre de banques à long terme.

Sur le marché du travail, l'équilibre impose l'égalisation des salaires dans les secteurs productif et financier. Le rendement marginal du travail doit donc être le même dans les deux secteurs ; à partir des équations (10) et (18a) on a :

$$(1-\alpha) K_t L_t^{-\alpha} = \alpha_n \phi'(x_t) z_t / n, \tag{21}$$

où $z_{jt} = z_t / n$ et $K_i = K, \forall i$ à l'équilibre symétrique.

Sur le marché des biens et services, la relation IS procure, à l'équilibre symétrique :

$$\dot{K}_t = K_t L_t^{1-\alpha} - C_t = K_t (1-\theta_t)^{1-\alpha} - C_t, \tag{22}$$

d'où l'on tire :

$$\frac{\dot{K}_t}{K_t} = (1-\theta_t)^{1-\alpha} - \frac{C_t}{K_t}. \tag{23}$$

On peut aisément vérifier la « loi de Walras » en définissant le transfert aux ménages comme : $\Delta_t = \Pi_t^F + \Pi_t^B + [1-\phi(x_t)]\dot{B}_t$[20], avec : $\Pi^F \equiv K_t^{\alpha}(L_t K_t)^{1-\alpha} - r_t K_t - w_t L_t$ et $\Pi^B \equiv r_t K_t - r_t^b B_t - w_t \theta_t$. On a donc $\Delta_t = Y_t + [1-\phi(x_t)]\dot{B}_t - w_t - r_t^b B_t$ dans la contrainte budgétaire du ménage (3), de laquelle on tire : $Y_t - C_t = \phi(x_t)\dot{B}_t = \dot{K}_t$, relation qui est toujours valable à l'équilibre, vérifiant donc la loi de Walras.

La dynamique transitoire du système peut être décrite par le comportement des variables endogènes B_t, C_t, K_t et $\theta_t \equiv nx_t$. Il est pratique de travailler sur des variables transformées qui sont constantes à l'état stationnaire. En définissant (comme il est d'usage dans la littérature de la croissance endogène) des variables intensives : $c_k \equiv C/K$, le ratio de la consommation au capital, et $b_k \equiv B/K$, le ratio du stock de comptes bancaires au capital, on obtient (les indices de période seront dorénavant abandonnés pour des raisons de simplicité) :

$$\frac{\dot{c}_k}{c_k} = S(r^b - \rho) - (1-nx)^{1-\alpha} + c_k, \tag{24}$$

[20] Alternativement, on pourrait considérer que la perte $[1-\phi(\theta_t)]\dot{B}_t$ est récupérée dans les profits des banques Π_t^B. S'il s'agit d'une perte sèche, la loi de Walras est vérifiée, nette de cette perte.

$$\frac{\dot{b}_k}{b_k}=\left(\frac{1}{\phi(x)b_k}-1\right)\left((1-nx)^{1-\alpha}-c_k\right). \tag{25}$$

L'équation (24) provient de la relation de Keynes-Ramsey (équation 5) et de l'équilibre IS (équation 23). L'équation (25) est obtenue de la manière suivante. La technologie de transformation des nouveaux actifs financiers en un nouveau capital est donnée par la relation (11) à l'équilibre symétrique : $\dot{K}_t=\phi(x_t)\dot{B}_t$, ce qui implique que : $\frac{\dot{B}}{B}=\frac{1}{\phi(.)}\frac{\dot{K}}{b_k K}$, ou encore : $\frac{\dot{b}_k}{b_k}=\frac{\dot{B}}{B}-\frac{\dot{K}}{K}=\frac{1}{\phi(.)}\frac{\dot{K}}{b_k K}-\frac{\dot{K}}{K}=\left(\frac{1}{\phi(.)b_k}-1\right)\frac{\dot{K}}{K}$; d'où la relation (25) décrivant l'évolution du ratio du stock de comptes bancaires au capital.

A partir de l'équilibre du marché du travail (équation 21) avec $z=\dot{B}$ on obtient : $(1-\alpha)=\alpha_n\phi'(x)(1-nx)^{\alpha}\frac{\dot{B}}{nK}$. Puisque $\frac{\dot{B}}{K}=\frac{\dot{K}}{K}\frac{\dot{B}}{\dot{K}}=\frac{(1-nx)^{1-\alpha}-c_k}{\phi(x)}$, une relation entre x et c_k apparaît :

$$(1-\alpha)\phi(x)n=\alpha_n\phi'(x)(1-nx)^{\alpha}\left[(1-nx)^{1-\alpha}-c_k\right]. \tag{26}$$

La relation (26) définit à l'équilibre le ratio de la consommation au capital comme une fonction décroissante de la quantité de travail utilisée dans les banques[21] :

$$c_k=\frac{\alpha_n\phi'(x)(1-nx)-(1-\alpha)\phi(x)n}{\alpha_n\phi'(x)(1-nx)^{\alpha}}. \tag{27}$$

L'interprétation économique de cette relation est la suivante. Un ratio de consommation au capital plus élevé signifie que le taux de croissance d'équilibre sera plus faible, ce qui affecte négativement le rendement de la force de travail utilisée dans le secteur financier. Les banques sont donc moins incitées à fournir des efforts d'intermédiation, ce qui porte atteinte à l'emploi dans le secteur financier. Remarquons que cette corrélation négative entre le ratio de consommation et le développement du secteur financier peut trouver un certain support empirique, puisque les économies en développement sont souvent caractérisées par des ratios de consommation élevés, en raison d'un faible niveau d'épargne et d'un stock de capital limité, associés à des secteurs financiers fragiles.

---

[21] Effectivement : $\frac{\partial c_k}{\partial x}=-\frac{(1-\alpha)n}{(1-nx)^{\alpha}}(1+\Sigma)$, où : $\Sigma\equiv\frac{1}{\alpha_n}\left\{1-\frac{\phi(\theta)\phi''(\theta)}{[\phi'(x)]^2}+\frac{\alpha n\phi(x)}{(1-nx)\phi'(x)}\right\}>0$.

En dérivant l'équation (27) par rapport au temps, on obtient l'évolution du ratio de consommation en fonction de celle de la force de travail affectée au secteur financier : $\dot{c}_k = \dot{c}_k\left(\underset{-}{\dot{x}}\right)$. La forme fonctionnelle précise de cette relation sera présentée dans la section 4. De plus, en utilisant les relations (19) et (20), le taux d'intérêt sur les dépôts des ménages peut être calculé comme suit :

$$r^b = \alpha_n \phi(x) r - \alpha_n \phi'(x)\dot{x} = \alpha\alpha_n (1-nx)^{1-\alpha} \phi(x) - \alpha_n \phi'(x)\dot{x}. \tag{28}$$

Avec $x = x\left(\underset{-}{c_k}\right)$ et $\dot{x} = \dot{x}\left(\underset{-}{\dot{c}_k}\right)$ dans la relation (27), les équations (24) et (25) procurent la forme réduite du modèle sous la forme d'un système dynamique de deux variables (x, b_k). Avant de décrire la dynamique transitoire du modèle, étudions les caractéristiques de l'état stationnaire.

3. Les trajectoires de croissance équilibrée à long terme

On définit une trajectoire de croissance équilibrée à long terme comme une situation dans laquelle les variables croissent au même taux constant $(\bar{\gamma})$. Pour trouver de telles trajectoires, on recherche des valeurs constantes pour le ratio de consommation au capital $(\dot{c}_k = 0)$ et pour le ratio du stock de comptes bancaires au capital $(\dot{b}_k = 0)$. La consommation, l'épargne et le capital croissent donc au même taux constant $(\bar{\gamma})$ à long terme, alors que l'emploi dans le secteur financier $(\bar{\theta} = n\bar{x} < 1)$ et dans le secteur de la production $(1-\bar{\theta})$ reste constant[22]. En situation stationnaire, les taux d'intérêt sont également constants, régis par la relation suivante : $\bar{r}^b = \alpha_n \phi(\bar{x})\bar{r}$. Toutes les variables seront surlignées à l'état stationnaire.

On verra notamment qu'il existe deux trajectoires stationnaires de croissance, dans lesquelles la consommation, l'épargne et le stock de capital croissent au même rythme.

La relation de Keynes-Ramsey fournit une première expression du taux de croissance stationnaire. De l'équation (28), avec $\dot{x} = 0$, on tire : $\bar{r}^b = \alpha_n \phi(\bar{x})\bar{r} = \alpha^2 \phi(\bar{x}) n^{1-\alpha} (1-n\bar{x})^{1-\alpha}$, d'où :

$$\bar{\gamma}_c = S\left[\alpha^2 \phi(\bar{x}) n^{1-\alpha} (1-n\bar{x})^{1-\alpha} - \rho\right] \equiv F(\bar{x}). \tag{29}$$

[22] Puisque $\dot{c}_k = 0 \Rightarrow \dot{x} = 0$, voir la relation (33).

L'équilibre du marché du travail (équation 26) procure une autre expression du taux de croissance stationnaire :

$$\bar{\gamma}_K = \left(1-n\bar{x}\right)^{1-\alpha} - c_k = \frac{\left(1-\alpha\right)\phi\left(\bar{x}\right)n^{\alpha}}{\alpha\phi'\left(\bar{x}\right)\left(1-n\bar{x}\right)^{\alpha}} \equiv G\left(\bar{x}\right). \tag{30}$$

Proposition 1 (Multiplicité des trajectoires de croissance stationnaires)

Sous la condition suffisante que le taux d'escompte ρ *n'est pas trop élevé, deux trajectoires de croissance équilibrée coexistent en régime permanent, une trajectoire haute* $\left(\bar{\gamma}^H\right)$ *et une trajectoire basse* $\left(\bar{\gamma}^L\right)$*. Les deux sentiers stationnaires sont caractérisés par une croissance positive à long terme. La trajectoire haute est associée à un secteur financier développé (une part élevée de la force de travail est consacrée au secteur financier), tandis que la trajectoire basse est associée une activité d'intermédiation financière réduite.*

Démonstration :

Les trajectoires de croissance stationnaire sont solutions de $F\left(\bar{x}\right)=G\left(\bar{x}\right)$. La fonction $G\left(\bar{x}\right)$ est croissante en $\bar{x}$. En effet :

$$G'\left(\bar{x}\right) \equiv \frac{dG\left(\bar{x}\right)}{d\bar{x}} = \frac{\left(1-\alpha\right)n^{\alpha}}{\alpha\phi'\left(\bar{x}\right)\left(1-n\bar{x}\right)^{\alpha}}\left\{\phi'\left(\bar{x}\right)-\phi\left(\bar{x}\right)\left[\frac{\phi''\left(\bar{x}\right)}{\phi'\left(\bar{x}\right)}-\frac{\alpha n}{\left(1-n\bar{x}\right)}\right]\right\}. \tag{31}$$

Par hypothèse, $\phi''(.)<0$, donc $G'\left(\bar{x}\right)>0$. La fonction $F\left(\bar{x}\right)$ est croissante en $\bar{x}$ pour $0<\bar{x}<\hat{x}<1/n$ puis décroissante pour $0<\hat{x}<\bar{x}<1/n$, où $\hat{x}$, $0<\hat{x}<1/n$, est défini comme : $\phi'\left(\hat{x}\right)\left(1-n\hat{x}\right)=\left(1-\alpha\right)n\phi\left(\hat{x}\right)$. Effectivement :

$$F'\left(\bar{x}\right) \equiv \frac{dF\left(\bar{x}\right)}{d\bar{x}} = \frac{S\alpha^2 n^{1-\alpha}}{\left(1-n\bar{x}\right)^{\alpha}}\left[\phi'\left(\bar{x}\right)\left(1-n\bar{x}\right)-\left(1-\alpha\right)n\phi\left(\bar{x}\right)\right]. \tag{32}$$

Si $\bar{x}<\hat{x}$, $\dfrac{\phi'\left(\bar{x}\right)\left(1-n\bar{x}\right)}{\phi\left(\bar{x}\right)}>\left(1-\alpha\right)n$ et $\dfrac{dF\left(\bar{x}\right)}{d\bar{x}}>0$. Au contraire, si $\bar{x}>\hat{x}$, alors $\dfrac{dF\left(\bar{x}\right)}{d\bar{x}}<0$.

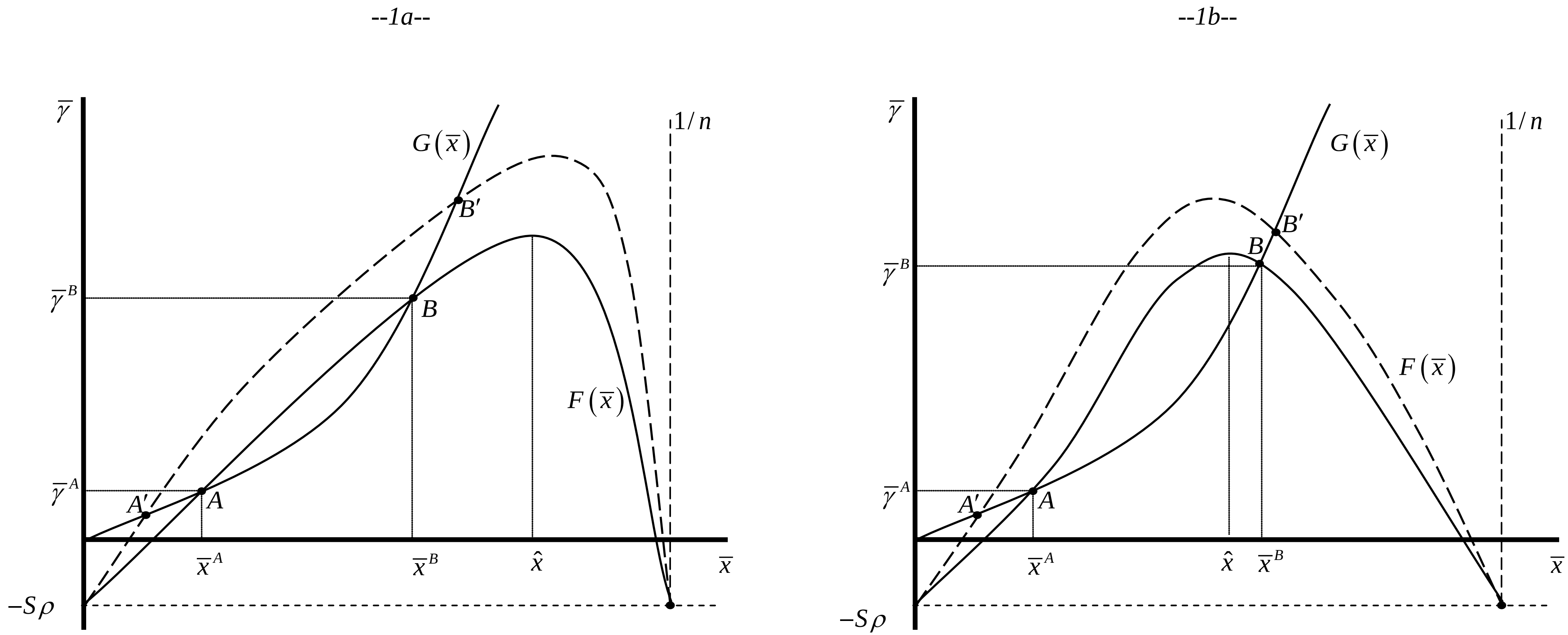
On peut représenter les fonctions $F\left(\bar{x}\right)$ et $G\left(\bar{x}\right)$ dans le plan $\left(\bar{\gamma},\bar{x}\right)$. Le comportement asymptotique de $F\left(\bar{x}\right)$ and $G\left(\bar{x}\right)$ est le suivant. Supposons que $\phi\left(0\right)=0$, $\phi\left(0\right)/\phi'\left(0\right)=0$ et $\phi\left(1/n\right)<1$. Ces propriétés sont vérifiées pour une technologie d'intermédiation telle que $\phi\left(x\right)=\phi_0 x^{\beta}$ avec $\beta<1$ et $\phi_0<n^{\beta}$, par exemple. On obtient alors : $F\left(0\right)=F\left(1/n\right)=-S\rho$, $G\left(0\right)=0$ et $G\left(1/n\right)=\dfrac{\left(1-\alpha\right)\phi\left(1/n\right)n^{\alpha}}{\alpha\phi'\left(1/n\right)\left(1-n\bar{x}\right)^{\alpha}}>0$. La courbe $G\left(\bar{\theta}\right)$

décrit une relation croissante entre $\bar{\gamma}$ et $\bar{x}$, alors que la courbe $F(\bar{x})$ décrit une relation en cloche entre $\bar{\gamma}$ et $\bar{x}$, avec un maximum à $\hat{x}$. Les solutions stationnaires $(\bar{\gamma}, \bar{x})$ sont définies comme les points d'intersection entre $F(\bar{x})$ et $G(\bar{x})$ dans la *Figure 1.* Comme on le remarque aisément, le modèle produit une multiplicité d'équilibres stationnaires, puisqu'il y a en général deux points d'intersection entre $F(\bar{x})$ et $G(\bar{x})$. L'équilibre haut (point B de la *Figure 1* peut se situer à gauche (*Figure 1a*) ou à droite (*Figure 1b*) de $\hat{x}$, sans modification des principales caractéristiques du modèle.

Si le taux d'escompte ρ est grand, les courbes $F(\bar{x})$ et $G(\bar{x})$ peuvent ne se couper qu'une seule fois (au point de tangence entre ces deux courbes), ou ne pas se couper, si la courbe $F(\bar{x})$ est au-dessous de la courbe $G(\bar{x})$ pour toutes la valeurs admissibles de $\bar{x}$. Pour exclure de telles situations, une condition suffisante est que $\rho < \tilde{\rho}$, où $\tilde{\rho}$ est tel que $F(\bar{x}) = G(\bar{x})$ et $F'(\bar{x}) = G'(\bar{x})$.

Comme chez Berthélemy & Varoudakis (1994, 1996), la multiplicité des trajectoires de croissance peut s'expliquer par l'interaction réciproque entre les secteurs réel et financier. Pour illustrer cette propriété, considérons d'abord une économie dans laquelle le secteur financier est peu développé. Dans cette économie, peu de travail est employé à des fins d'intermédiation, et l'efficacité du système bancaire est faible. Le taux d'intérêt sur les dépôts bancaires r_t^b est bas, de sorte que les ménages ne sont pas incités à épargner. En conséquence, le manque d'investissement productif associé à l'insuffisance d'épargne pénalise la croissance à long terme. Mais cet affaiblissement de la croissance exerce un effet en retour sur l'intermédiation. En effet, le rendement attendu de l'intermédiation est une fonction linéaire du montant d'épargne collectée par les banques. En régime permanent, une faible croissance économique est donc associée à un faible rendement marginal du travail dans le secteur financier, qui n'est pas incité à se développer. Il s'ensuit que l'économie peut se retrouver bloquée dans un piège de faible croissance (correspondant au point A de la *Figure 1*) avec un développement financier insuffisant.

Figure 1: La multiplicité des trajectoires stationnaires de croissance



Néanmoins, pour le même ensemble de paramètres, un équilibre haut, caractérisé par un système financier développé et une forte croissance, peut également apparaître. Si l'économie consacre une grande part de la force de travail au secteur financier, l'efficacité de l'intermédiation s'en trouve renforcée, et l'épargne des ménages sera rémunérée à des taux d'intérêt élevés. Ceux-ci épargneront davantage, ce qui augmentera la quantité de fonds prêtables destinés à l'investissement, et la croissance s'améliorera. En retour, cette amélioration profitera à la productivité et aux salaires dans le secteur bancaire, ce qui stimulera le secteur financier. Cette situation est décrite par le point B de la *Figure 1*. Une trajectoire de forte croissance, associée à un degré élevé de développement financier, peut donc coexister avec le piège de faible croissance.

Considérons désormais l'effet d'un choc sur la technologie d'intermédiation. A titre d'exemple, si la technologie d'intermédiation est de la forme : $\phi(\bar{x}) = \phi_0 \bar{x}^{\beta}$, où ϕ_0 et β sont des paramètres constants tels que $\phi_0 > 0$ et $0 < \beta < 1$. Un choc exogène positif sur le développement financier peut être associé à une augmentation du paramètre ϕ_0. Un tel choc n'a aucun impact sur la courbe $G(\bar{x})$ [23], mais la courbe $F(\bar{x})$ se déplace vers le haut, comme l'illustrent les lignes en pointillées de la *Figure 1*. Les nouveaux états stationnaires sont A' et B'. En accord avec la multiplicité, les effets sur la croissance d'un tel choc sont opposés dans les deux équilibres stationnaires. La trajectoire de croissance haute s'en trouve renforcée, alors que la trajectoire basse est encore affaiblie (voir la *Figure* 1). Pour le même ensemble de paramètres, des chocs sur la technologie d'intermédiation financière peuvent ainsi avoir des effets favorables ou défavorables sur la croissance.

Ces résultats s'accordent avec la littérature empirique sur la relation entre le développement financier et la croissance, qui retrace aussi bien un impact positif que négatif. Ainsi, utilisant une analyse en coupe transversale, King & Levine (1993b) trouvent que le niveau de développement financier est un bon prédicteur de la croissance. A l'aide des estimateurs GMM, Levine et al. (2000) et Beck et al. (2000) obtiennent aussi une relation positive robuste entre l'intermédiation financière et la croissance. Des études en séries temporelles confirment également cette association positive, à travers une relation causale allant du développement financier vers la croissance (Demetriades & Hussein, 1996 ; Neusser

---

[23] Puisque le ratio $\phi(.)/\phi'(.)$ n'est pas une fonction de ϕ_0.

& Kugler, 1998; Rousseau & Wachtel, 1998). Néanmoins, plusieurs autres études empiriques aboutissent à des résultats opposés. Les travaux de Ram (1999), De Gregorio & Guidotti (1995) et Berthélemy & Varoudakis (1998) soutiennent plutôt l'idée d'une relation négative ou peu significative entre le développement financier et la croissance. De Gregorio & Guidotti (1995) trouvent en particulier que le crédit bancaire au secteur privé (en pourcentage du PIB) est négativement corrélé avec la croissance pour un échantillon de 12 pays d'Amérique Latine, et remettent en cause l'efficacité des politiques de libéralisation financière menées dans ces pays. Dans le même ordre d'idées, sur un panel de 95 pays, Ram (1999) montre qu'une corrélation négative est plus fréquente. Berthélemy & Varoudakis (1998) ne trouvent aucune indication en faveur d'un lien positif entre le développement financier et la croissance, et soulignent que ce résultat peut s'expliquer par l'existence d'effets de seuil associés à des équilibres multiples, comme dans le présent modèle.

Intéressons nous maintenant à l'effet d'une augmentation du nombre de banques dans l'économie. Tout accroissement de n déplace vers le haut la courbe $G\left(\overline{x}\right)$, ainsi que la courbe $F\left(\overline{x}\right)$, sous la condition acceptable que $\overline{x} < 1/2$. En conséquence, la trajectoire basse de croissance augmente, ainsi que, généralement, la trajectoire haute. En effet, l'augmentation du nombre de banques réduit les marges d'intermédiation et accroît le taux d'intérêt servi aux ménages, avec des effets favorables sur la croissance. Il peut néanmoins exister des cas dans lesquels l'effet sur la trajectoire haute de croissance est défavorable. C'est notamment le cas lorsque l'élasticité de $G\left(\overline{x}\right)$ par rapport à n est plus forte que celle de $F\left(\overline{x}\right)$. Un tel cas de figure se rapproche des résultats obtenus par Amable & Chatelain (1996), suggérant que la concentration bancaire peut exercer des effets favorables sur la croissance : si la taille des institutions financières exerce une influence positive sur l'efficacité du capital, les désavantages de la concurrence imparfaite peuvent être plus que compensés par l'accroissement de la productivité, avec un effet favorable sur la croissance.

Il convient de remarquer que les résultats précédents sont valables seulement à l'état stationnaire. Contrairement à Berthélemy & Varoudakis (1994, 1996), le présent modèle possède une dynamique transitoire simple qui permet de caractériser l'évolution de l'économie en dehors de la trajectoire de croissance équilibrée de long terme. La section suivante analyse cette dynamique transitoire.

4. La dynamique transitoire du modèle

La présente section est consacrée à l'analyse de la dynamique transitoire du système (24)-(25) au voisinage des deux états stationnaires. Les équations (24)-(25) résument la dynamique de l'économie en fonction de deux variables b_k et c_k. b_k est une variable d'état prédéterminée, puisque les stocks de comptes bancaires B_t et de capital K_t ne peuvent pas sauter. Au contraire, c_k est une variable de contrôle qui peut sauter. De tels sauts ne sont pas optimaux sur la trajectoire d'ajustement, excepté, éventuellement à l'instant $t=0$, si un choc non anticipé intervient. De plus, la force de travail utilisée dans le secteur financier (x) est également une variable « saut ».

En utilisant les relations (26) et (28), le système dynamique (24)-(25) peut être reformulé dans le plan (b_k, x). En différenciant l'équation (26) par rapport au temps, on obtient[24] :

$$\dot{x} = -\frac{\Omega(x)}{\Psi(x)}\frac{\dot{c}_k}{c_k} = -\frac{\Omega(x)}{\Psi(x)}\left[S\left(r^b-\rho\right)-(1-nx)^{1-\alpha}+c_k\right], \tag{33}$$

où $\Psi(x)>0$, et $\Omega(x)>0$ sont définis dans l'*Annexe 1*.

En réintroduisant les valeurs de c_k et de r^b obtenues dans (26) et (28), on trouve une équation différentielle définissant l'évolution de la force de travail utilisée par chaque banque :

$$\dot{x} = \Omega(x)\left[\frac{G(x)-F(x)}{\Psi(x)-\Omega(x)\alpha_n S\phi'(x)}\right] \equiv q(x), \tag{34}$$

où : $\Psi(x)-\Omega(x)\alpha_n S\phi'(x)>0$ sous la condition suffisante $S<\overline{S}\equiv\frac{(1-\alpha)n^\alpha}{(1-nx)\alpha\phi'(x)}$, qu'on suppose vérifiée[25].

Le système (24)-(25) peut donc être reformulé comme suit :

[24] Voir l'*Annexe 1* pour les détails de calcul.

[25] Effectivement : $\Psi(x)-\Omega(x)\alpha_n S\phi'(x) = n(1-\alpha)\phi'(.)+\alpha_n(1-nx)^\alpha\left[\frac{n\phi'(.)}{1-nx}-\phi''(.)\right]\left[(1-nx)^{1-\alpha}-c_k\right]$
$+c_k\alpha_n(1-nx)^\alpha\phi'(x)n^{1-\alpha}\left[(1-\alpha)n^\alpha(1-nx)^{-1}-\alpha S\phi'(x)\right]>0$.

$$\begin{cases} \dot{x} = q(x), \\ \dfrac{\dot{b}_k}{b_k} = \left(\dfrac{1}{\phi(nx)b_k} - 1\right)\left((1-nx)^{1-\alpha} - c_k\left(\underset{-}{x}\right)\right). \end{cases} \tag{35}$$

Pour caractériser la dynamique locale de l'économie au voisinage d'un sentier de croissance équilibrée, on linéarise le système (35) autour de chaque état stationnaire. Le système linéarisé s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{b}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q'(\overline{x}^i) & 0 \\ \dfrac{-\phi'(\overline{x}^i)\overline{\gamma}^i}{\left[\phi(\overline{x}^i)\right]^2} & -\overline{\gamma}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - \overline{x}^i \\ b_k - \overline{b}_k^i \end{bmatrix} \equiv J^i \begin{bmatrix} x - \overline{x}^i \\ b_k - \overline{b}_k^i \end{bmatrix}, \quad i = A, B. \tag{36}$$

où, à partir de l'équation (34) :

$$q'(\overline{x}^i) = \frac{\Omega(\overline{x}^i)}{\Psi(\overline{x}^i) - \Omega(\overline{x}^i)\alpha_n S\phi'(\overline{x}^i)}\left[G'(\overline{x}^i) - F'(\overline{x}^i)\right], \; i = A, B. \tag{37}$$

Proposition 2 (Indétermination des trajectoires d'ajustement)

La trajectoire basse de croissance stationnaire $\left(\overline{\gamma}^A\right)$ *est localement stable, et la trajectoire haute de croissance* $\left(\overline{\gamma}^B\right)$ *est stable au sens du point-selle. Les deux trajectoires de croissance équilibrée sont donc pertinentes d'un point de vue économique. De surcroît, la dynamique transitoire du modèle exhibe la propriété d'indétermination : la trajectoire haute de croissance équilibrée est localement déterminée, alors que la trajectoire basse est localement indéterminée. En conséquence, le modèle est caractérisé par une indétermination globale.*

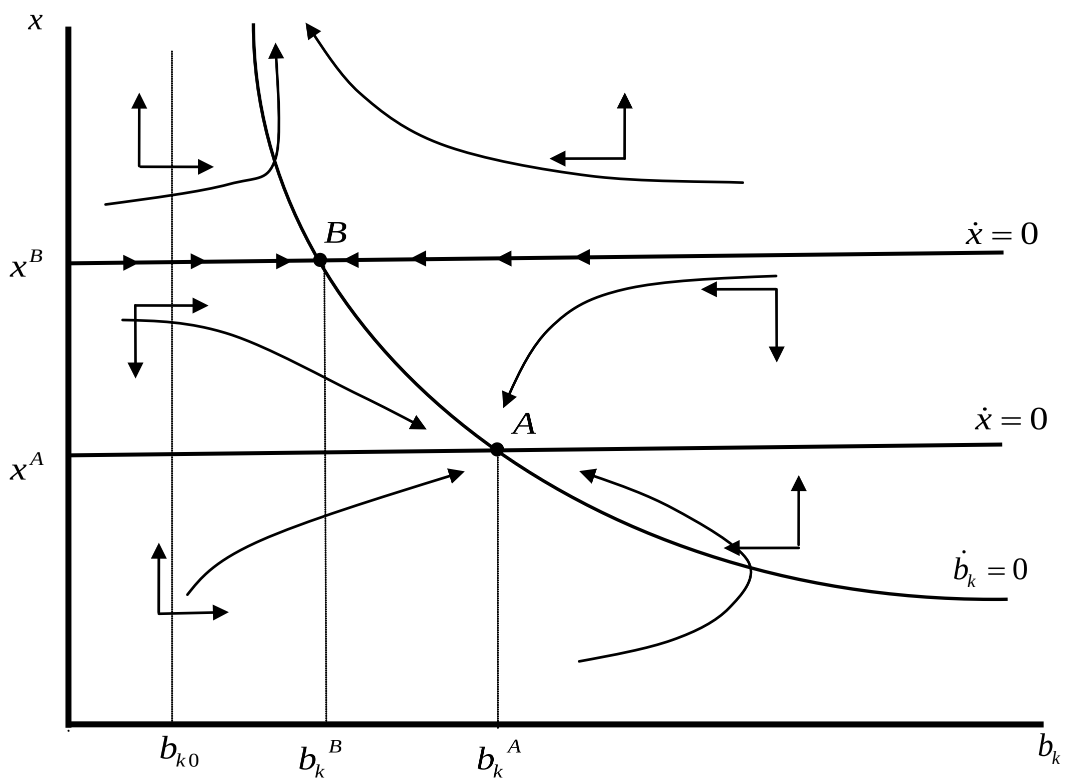
Démonstration :

Dans la relation (36), le déterminant de la matrice jacobienne J^i est : $Det\left(J^i\right) = -\overline{\gamma}^i q'\left(\overline{x}^i\right)$. Puisque $\overline{\gamma}^i > 0, i = A, B$, le signe du déterminant dépend du signe de $-q'\left(\overline{\theta}^i\right)$, donc, à partir de (37), du signe de $G'\left(\overline{x}^i\right) - F'\left(\overline{x}^i\right)$. Un simple examen de la *Figure 1* montre que $G'\left(\overline{x}^A\right) - F'\left(\overline{x}^A\right) < 0$ au voisinage de l'état stationnaire de faible croissance, alors que $G'\left(\overline{x}^B\right) - F'\left(\overline{x}^B\right) > 0$ au voisinage de l'état stationnaire de forte croissance (avec $G'\left(\overline{x}^B\right) > F'\left(\overline{x}^B\right) > 0$ dans la *Figure 1a* et $G'\left(\overline{x}^B\right) > 0 > F'\left(\overline{x}^B\right)$ dans la *Figure 1b*). En conséquence, les deux valeurs propres de la matrice jacobienne J^i sont : $\lambda_1^A = -\overline{\gamma}^A < 0$ et

$\lambda_2^A = q'\left(\overline{x}^A\right) < 0$ pour l'état stationnaire bas, et $\lambda_1^B = -\overline{\gamma}^B < 0$ et $\lambda_2^B = q'\left(\overline{x}^B\right) > 0$ pour l'état stationnaire haut. Comme le système (36) se compose d'une variable prédéterminée (b_k) et d'une variable saut (x), les conditions de Blanchard-Kahn (Blanchard & Kahn, 1980) assurent que l'état stationnaire haut est localement déterminé, tandis que l'état stationnaire bas est localement indéterminé.

La dynamique transitoire est décrite dans le diagramme des phases de la *Figure 2*. Dans le plan (x, b_k), le lieu de stabilité de b_k $\left(\dot{b}_k = 0\right)$ est décrit par la relation décroissante : $b_k = \dfrac{1}{\phi(x)}$. Comme on l'a vu, le lieu de stabilité de x $\left(\dot{x} = 0 \Rightarrow F(x) = G(x)\right)$ peut être associé à deux valeurs de x, à savoir x^A et $x^B > x^A$. Les deux états stationnaires A et B peuvent donc être représentés comme suit sur la *Figure 2* :

Figure 2 : Indétermination locale et globale



La *Figure 2* révèle clairement l'indétermination globale des trajectoires d'équilibre du modèle. L'indétermination résulte à la fois de la multiplicité des trajectoires stationnaires de croissance à long terme et de la multiplicité des trajectoires d'ajustement pouvant conduire à l'une d'entre elles. Effectivement, à partir de n'importe quelle condition initiale donnée $b_{k0} < b_k{}^B$, l'économie peut rejoindre soit la trajectoire haute de croissance stationnaire, si l'emploi dans le secteur bancaire saute initialement à sa valeur stationnaire $\left(x_0 = x_B\right)$, soit la trajectoire basse de croissance, si $x_0 < x_B$. De surcroît, puisque le « bon » équilibre stationnaire est localement déterminé, alors que le « mauvais » état stationnaire est localement indéterminé, il existe un nombre infini de trajectoires d'ajustement qui rejoignent le dernier, mais une seule trajectoire peut rejoindre le premier.

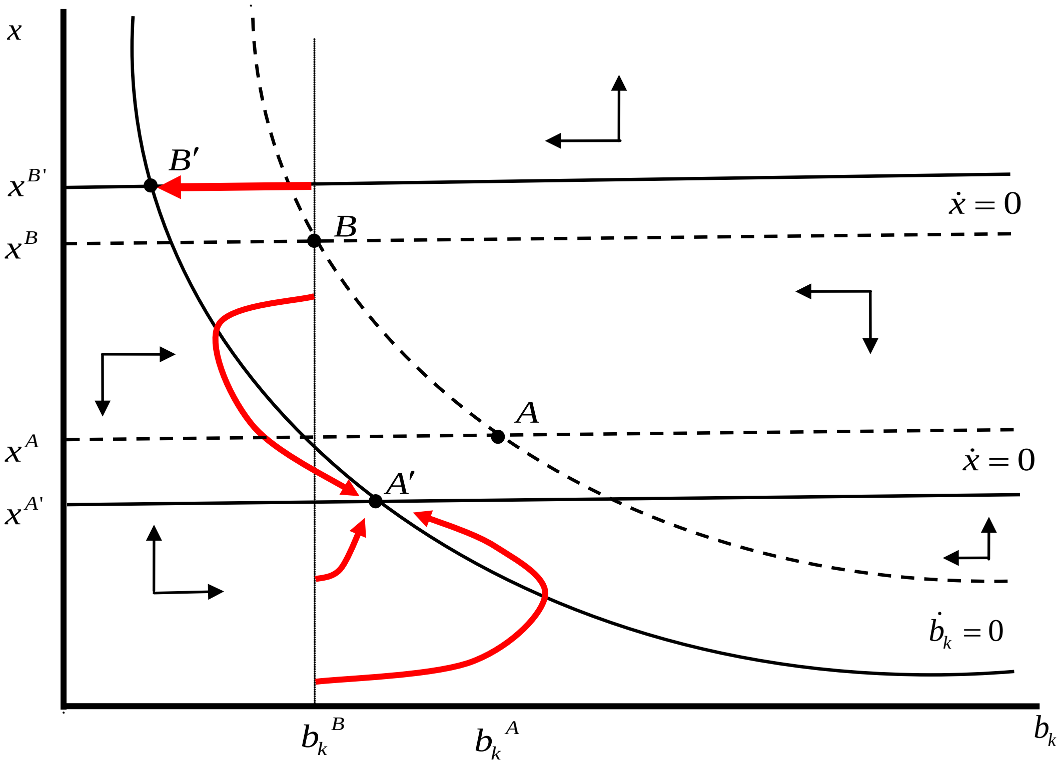
Cette indétermination peut expliquer pourquoi des économies dotées de caractéristiques « fondamentales » similaires initialement peuvent croître à des taux très différents à long terme, et pourquoi des économies dotées de conditions initiales très différentes peuvent néanmoins rejoindre le même sentier de croissance stationnaire à long terme.

Une telle indétermination conduit également à une incertitude fondamentale concernant la réponse de l'économie aux chocs structurels. Par exemple, partant de l'état stationnaire haut (point B sur la *Figure 3b)*, l'économie peut rejoindre le nouveau sentier stationnaire de croissance élevée (point B') ou le nouveau sentier associé à une croissance faible (point A'), à la suite d'un choc favorable sur l'efficacité de l'intermédiation (*Figure 3a)*. Il en est de même si l'économie part de l'équilibre bas (*Figure 3b*). Cette propriété peut aider à expliquer pourquoi certains auteurs trouvent une association négative entre le développement du secteur bancaire et la croissance, tandis que d'autres obtiennent une corrélation positive.

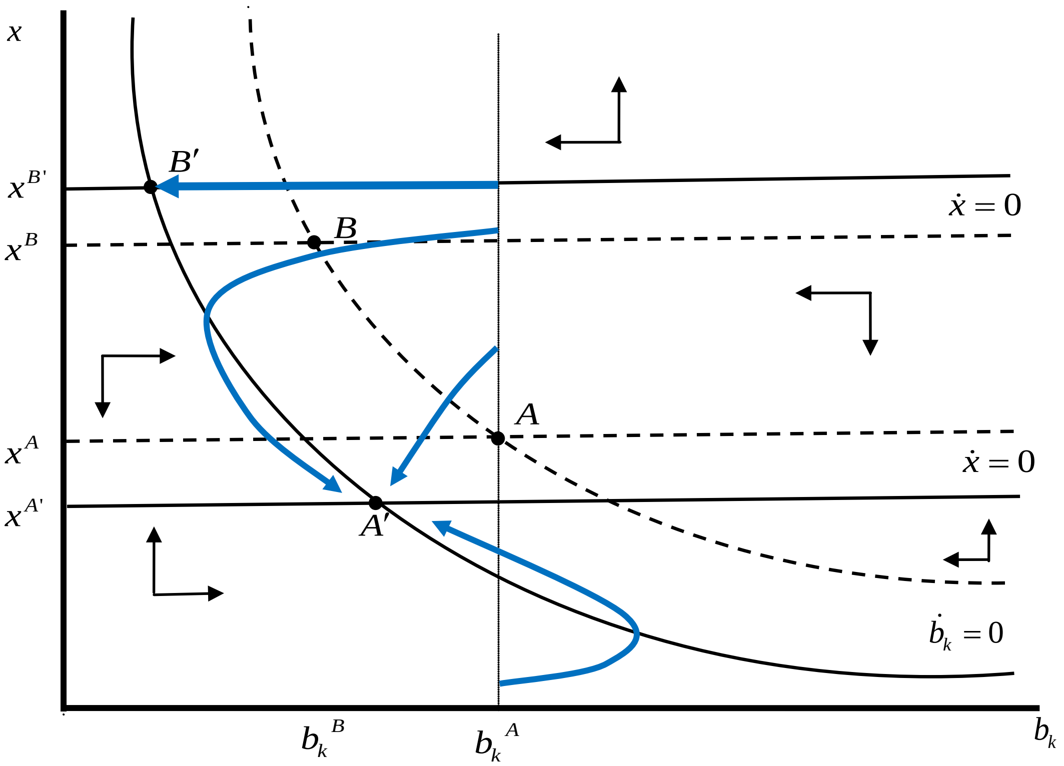
Cette indétermination des trajectoires d'anticipations parfaites obtenue dans le modèle est imputable à un défaut de coordination. Puisque les actions des agents dépendent de leurs anticipations sur la situation future de l'économie, des prévisions « optimistes » amèneront l'économie sur le « bon » sentier de croissance équilibrée à long terme, tandis que des prévisions « pessimistes » condamneront l'économie au « piège de croissance ». Comme le niveau d'emploi dans le secteur bancaire est une variable saut, de telles prophéties sont autoréalisatrices : si les agents espèrent rejoindre le sentier de croissance élevée, il est rentable de développer le secteur financier, puisque l'intermédiation financière sera très efficace dans le futur. Si au contraire seul le sentier de croissance basse est jugé réalisable, l'emploi dans le secteur financier restera faible, puisque les agents anticipent une faible profitabilité de l'intermédiation dans le futur.

Figure 3 : Réponse à un choc favorable sur la technologie d'intermédiation

--3a--



--3b--



5. Conclusion

Cet article a permis de prendre en compte l'intermédiation financière dans un modèle simple de croissance endogène. Ce modèle est fondé sur l'hypothèse selon laquelle, les banques sont les seuls intermédiaires entre les ménages et les entreprises. Ces banques, compte tenu du fait qu'elles procurent des services spécifiques aux entreprises sont modélisées en concurrence monopolistique, alors que le secteur réel est en concurrence parfaite. La prise en compte de l'externalité exercée par le secteur réel sur le secteur financier a permis de mettre en évidence deux sentiers de croissance équilibrée à long terme, sur lesquels l'économie croît à un taux positif (un équilibre « bas » avec une faible croissance économique et un secteur financier sous développé, et un équilibre « haut » où la croissance est forte et le secteur financier développé). Ce résultat suggère qu'il peut exister des équilibres multiples dans le processus de croissance associés au développement financier.

Le modèle montre que des chocs positifs sur la technologie d'intermédiation financière peuvent avoir aussi bien des effets favorables que défavorables sur la croissance : la trajectoire haute se trouve renforcée alors que la trajectoire basse est affaiblie. Ces résultats s'accordent avec l'abondante littérature empirique sur la relation entre le développement financier et la croissance économique, qui révèle un impact aussi bien positif que négatif.

L'examen de la dynamique transitoire révèle que le modèle présente des propriétés d'indétermination locale et globale, puisque l'équilibre haut est stable au sens du point selle, tandis que l'équilibre bas est localement stable : une économie peut donc converger vers le sentier de croissance élevé, ou vers le sentier de faible croissance, et dans ce dernier cas, par un continuum de trajectoires d'équilibre.

L'indétermination locale signifie que les trajectoires d'ajustement peuvent être extrêmement différentes suivant les conditions initiales. L'indétermination globale est plus préoccupante, puisqu'elle implique que des économies initialement identiques peuvent atteindre des sentiers stationnaires distincts, selon l'humeur optimiste ou pessimiste des agents.

Un tel résultat peut être appliqué à la littérature empirique, pour justifier pourquoi deux économies dotées de caractéristiques fondamentales similaires peuvent présenter des corrélations de signe contraire entre le développement financier et la croissance.

Annexe 1

En prenant la dérivée logarithmique de l'équation (26), il vient :

$$(1-\alpha)\dot{x}\phi'(x)n = \alpha_n\left[\dot{x}\phi''(x)(1-nx)^{\alpha} - n\alpha\dot{x}\phi'(x)(1-nx)^{\alpha-1}\right]\left[(1-nx)^{1-\alpha} - c_k\right]$$
$$+\alpha_n\phi'(x)(1-nx)^{\alpha}\left[-(1-\alpha)n\dot{x}(1-nx)^{-\alpha} - \dot{c}_k\right]$$

soit :

$$\dot{x} = \frac{-\alpha_n\phi'(x)(1-nx)^{\alpha}\,\dot{c}_k}{(1-\alpha)\phi'(x)n - \alpha_n\left[\phi''(x)(1-nx)^{\alpha} - n\alpha\phi'(x)(1-nx)^{\alpha-1}\right]\left[(1-nx)^{1-\alpha} - c_k\right] - \alpha_n\phi'(x)n(1-\alpha)}$$

ou encore :

$$\dot{x} = \frac{-\alpha_n\phi'(x)(1-nx)^{\alpha}\,\dot{c}_k}{(1-\alpha)(1+\alpha_n)\phi'(x)n - \alpha_n\left[\phi''(x)(1-nx)^{\alpha} - n\alpha\phi'(x)(1-nx)^{\alpha-1}\right]\left[(1-nx)^{1-\alpha} - c_k\right]}$$

De l'équation (27), on tire :

$$\dot{x} = -\frac{\alpha_n\phi'(x)(1-nx) - n(1-\alpha)\phi(x)}{(1-\alpha)(1+\alpha_n)\phi'(x)n + \alpha_n\left[(1-nx)^{1-\alpha} - c_k\right]\left[n\alpha\phi'(x)(1-nx)^{\alpha-1} - \phi''(x)(1-nx)^{\alpha}\right]}\frac{\dot{c}_k}{c_k}$$

et l'on obtient finalement :

$$\dot{x} = -\frac{\Omega(x)}{\Psi(x)}\frac{\dot{c}_k}{c_k} = -\frac{\Omega(x)}{\Psi(x)}\left[S\left(r^b - \rho\right) - (1-nx)^{1-\alpha} + c_k\right]$$

où : $\Psi(x) \equiv n(1-\alpha)(1+\alpha_n)\phi'(.) + \alpha_n(1-nx)^{\alpha}\left[(1-nx)^{1-\alpha} - c_k\right]\left\{\frac{n\alpha\phi'(.)}{1-nx} - \phi''(.)\right\} > 0$ et

$\Omega(x) \equiv \alpha_n\phi'(x)(1-nx) - (1-\alpha)\phi(x)n > 0$.

Bibliographie

Acemoglu, D. et Zilibotti, F. (1997). Was Prometheus Unbound by Chance? Risk, Diversification, and Growth, *Journal of Political Economy*, 105, pp. 709-775.

Aghion, P. et Bolton, P. (1997). A Theory of Trickle-Down Growth and Development, *Review of Economic Studies*, 64 (1), pp. 151-172.

Aghion, P., Howitt, P. et Mayer-Foulkes, D. (2005). The Effect of Financial Development on Convergence: Theory and Evidence, *Quarterly Journal of Economics*, 120 (1), pp. 173-222.

Amable, B. et Chatelain, J-B. (1996). La Concurrence Imparfaite entre les Intermédiaires Financiers est-elle Néfaste à la Croissance Economique? *Revue Economique*, 3, pp. 765-775.

Amaral, P. S. et Quintin, E. (2006). Financial Intermediation and Economic Development: A Quantitative Assessment, Southern Methodist University and Federal Reserve Bank of Dallas, Mimeo.

Andersen, T. B. et Tarp, F. (2003). Financial Liberalization, Financial Development and Economic Growth in LDCs, *Journal of International Development*, 15, pp. 189-209.

Apergis N., Filippidis I., et Economidou C., 2007. Financial deepening and economic growth linkages: a panel data analysis. *Review of World Economics*, 143, 179-198.

Arestis, P. et Demetriades, P., 1997. Financial development and economic growth: assessing the evidence. *Economic Journal*, 107, 783-799.

Arrow, K. J. (1962). The Economic Implications of Learning by Doing, *Review of Economic Studies*, 29 (3), pp. 155-173.

Beck, T., Levine, R. et Loayza, N. (2000). Finance and the Sources of Growth, *Journal of Financial Economics*, 58 (1-2), 261-300.

Bencivenga, V. et Smith, B. (1991). Financial Intermediation and Endogenous Growth, *Review of Economic Studies*, Vol. 58, pp. 195-209.

Benhabib, J. et Farmer, R. (1994). Indeterminacy and Increasing Returns, *Journal of Economic Theory*, 63, pp. 19-41.

Benhabib, J. et Farmer, R. (1999). Indeterminacy and Sunspots in Macroeconomics, in J. B. Taylor & M. Woodford (Eds), Handbook of Macroeconomics.

Benhabib, J. et Spiegel M. (2000). The Role of Financial Development in Growth and Investment, Journal of Economic Growth, 5(4), pp. 341-360.

Benhabib, J. et Spiegel M. (2000). The Role of Financial Development in Growth and Investment, *Journal of Economic Growth*, 5 (4), 341-360.

Berthélemy, J-C. et Varoudakis, A. (1994). Intermédiation Financière et Croissance Endogène, *Revue Economique*, 3, pp. 737-750.

Berthélemy, J-C. et Varoudakis, A. (1995). Clubs de Convergence et Croissance. Le Rôle du Développement Financier et du Capital Humain, *Revue Economique*, 46 (2), pp. 217-235.

Berthélemy, J-C. et Varoudakis, A. (1996). Economic Growth, Convergence Clubs, and the Role of Financial Development, *Oxford Economic Papers*, Vol. 48, pp. 300-328.

Berthélemy, J-C. et Varoudakis, A. (1998). Développement Financier, Réformes financières et Croissance. Une Approche en Données de Panel, *Revue Economique*, 49 (1), pp. 195-206.

Blackburn, K. et Hung, V. (1998). A Theory of Growth, Financial Development and Trade, *Economica*, New Series, 65 (257), pp. 107-124.

Blanchard, O. et Kahn, C. (1980). The Solution of Linear Difference Models under Rational Expectations, *Econometrica*, 48, pp. 1305-1313.

Boyd, J. et Smith, B. (1992). Intermediation and the Equilibrium Allocation of Investment Capital, *Journal of Monetary Economics*, 30, pp. 409-432.

Christopoulos, D. et Tsionas, E., 2004. Financial Development and Economic Growth: Evidence from Panel Unit Root and Cointegration Tests, *Journal of Development Economics*, 73 (1), 55-74.

De Gregorio, J. et Guidotti, P. (1995). Economic Growth, Convergence Clubs, and the Role of Financial Development, *World Development*, 23, pp. 433-448.

De La Fuente, A. et Marin, J. (1996). Innovation, Bank Monitoring, and Endogenous Financial Development, *Journal of Monetary Economics*, 38, pp. 269-301.

Deidda, L. et Fattouh, B. (2002). Non-linearity between Finance and Growth, Economics Letters, 74, pp. 339-345.

Demetriades, P. et Hussein, K., 1996. Does financial development cause economic growth? Time series evidence from 16 countries. *Journal of Development Economics*, 51, 387-411.

Farmer, R. et Guo, J-T. (1994). Real Business Cycles and the Animal Spirits Hypothesis, Journal of Economic Theory, 63, pp. 42-72.

Gaytan, A. et Rancière, R. (2004). Wealth, Financial Intermediation and Growth, Available at SSRN: http://ssrn.com/abstract=860925.

Goldsmith, R. (1969). *Financial Structure and Development*, New Haven, CT: Yale University Press.

Greenwood, J. et Jovanovic, B. (1990). Financial Development, Growth, and the Distribution of Income, *Journal of Political Economy*, 98 (5), pp. 1076-1107.

Huang, H. et Lin, S. (2009). "Non-Linear Finance-Growth Nexus: A Threshold with Instrumental Variable Approach", Economics of Transition, 17 (3), pp. 439-466.

Khan, M. S. et Senhadji, A. S. (2000). Threshold Effects in the Relationship between Inflation and Growth, IMF Working Paper, WP/00/110.

King, R. et Levine, R. (1993a). Finance and Growth: Schumpeter Might Be Right?, *The Quarterly Journal of Economics*, 108, 717-737.

King, R. et Levine, R. (1993b). Financial Intermediation and Economic Development, *Journal of Monetary Economics*, 32 (3), 513-542.

Levine R (2004). Finance and Growth Theory and Evidence, in Handbook of Economic Growth, Eds: Philippe Aghion et Steven Durlauf, The Netherlands: Elsevier Science, 2005.

Levine, R. (1997). Financial Development and Economic Growth: Views and Agenda, *Journal of Economic Literature*, 35, pp. 688-726.

Levine, R. et Renelt, D. (1992). A Sensitivity Analysis of Cross-Country Growth Regression, *American Economic Review*, 82(4), pp. 942-963.

Levine, R., Loayza, N. et Beck, T. (2000). Financial Intermediation and Growth: Causality and Causes, *Journal of Monetary Economics,* 46 (1), 31-77.

Mac Kinnon, R. (1973). *Money and Capital in Economic Development*, the Brookings Institution, Washington, D. C.

Morales, M. F. (2001). Financial Intermediation in a Model of Growth through Creative Destruction, University of Barcelona, Mimeo.

Naceur, S. et Ghazouani, S. (2007). Stock Markets, Banks, and Economic Growth: Empirical Evidence from the MENA Region, *Research in International Business and Finance*, 21, pp. 297-315.

Neusser, K. et Kugler, M. (1998). Manufacturing Growth and Financial Development: Evidence from OECD Countries, *Review of Economics and Statistics*, 80, pp. 636-646.

Pagano, M. (1993). Financial Market and Growth: An Overview, *European Economic Review*, 37, pp. 613-622.

Park, H. et Philippopoulos, A. (2003). On the Dynamics of Growth and Fiscal Policy with Redistributive Transfers, *Journal of Public Economics*, 87 (3-4), pp. 515-538.

Patrick, H. (1966). Financial Development and Economic Growth in Underdeveloped Countries, *Economic Development Cultural Change*, 14, 174-189.

Ram, R. (1999). Financial Development and Economic Growth: Additional Evidence, *Journal of Development Studies*, 35 (4), pp. 164-174.

Rioja, F. et Valev, N. (2004). Finance and the Sources of Growth at Various Stages of Economic Development, *Economic Inquiry*, 42, pp. 127-140.

Romer, P. (1986). Increasing Returns and Long-Run Growth, *Journal of Political Economy*, 94 (5), pp. 1002-1037.

Roubini, N. et Sala-i-Martin, X. (1992). Financial Repression and Economic Growth, *Journal of Development Economics*, 39, 5-30.

Roubini, N. et Sala-I-Martin, X. (1995). A Growth Model of Inflation, Tax Evasion, and Financial Repression, *Journal of Monetary Economics*, 35, pp. 275-301.

Rousseau, P. et Vuthipadadorn, D. (2005). Finance, Investment and Growth: Time Series Evidence from 10 Asian Economics, *Journal of Macroeconomics*, 27, pp. 87-106.

Rousseau, P. et Wachtel, P. (1998). Financial Intermediation and Economic Performance: Historical Evidence from Five Industrial Countries, *Journal of Money, Credit and Banking*, 30, pp. 657-678.

Rousseau, P. et Wachtel, P. (2002). Inflation Thresholds and the Finance-Growth Nexus, *Journal of International Money and Finance*, 21 (6), 777-793.

Rousseau, P. et Yilmazkuday, H. (2009). Inflation, Financial Development, and Growth: A Trilateral Analysis, *Economic Systems*, 33, pp. 310-324.

Saint-Paul, G. (1992). Technological Choice, Financial Markets and Economic Development, *European Economic Review*, 36 (4), pp. 763-781.

Schmitt-Grohe, S. et Uribe, M. (1997). Balanced-Budget Rules, Distotionary Taxes, and Aggregate Instability, *Journal of Political Economy*, 105 (5), pp. 976-1000.

Shaw, E. (1973). *Financial Deepening in Economic Development*, New York: Oxford University Press.

Shen, C. et Lee, C. (2006). Same Financial Development yet Different Economic Growth-Why?, *Journal of Money Credit and Banking*, 38, pp. 1907-1944.

Shi, S. (1996). Asymmetric Information, Credit Rationing, and Economic Growth, *The Canadian Journal of Economics*, 29 (3), pp. 665-687.

Solow, R. (1956). A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics*, 70, pp. 65-94.

Trabelsi, M. (2002). Finance and Growth: Empirical Evidence from Developing Countries, 1960-1990, Cahier de Recherche, 2002-13, Université de Montréal.

Zilibotti, F. (1994). Endogenous Growth and Intermediation in an ‘Archipelago’ Economy, *Economic Journal*, 104 (423), pp. 462-473.